

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(5 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

$$f(x) = \frac{((3+x) - 3) ((3+x)^2 + 3(3+x) + 9)}{x}$$

$$f(x) = (3+x)^2 + 9 + 3x + 9, \quad x \neq 0$$

$$= 27 + 9x + x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (27 + 9x + x^2)$$

$$= 27$$

(13)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2014 م
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الأول :

(5 درجات)

(b) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

R الدالة متصلة على \mathbb{R}

متصلة عند $x=1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = b$$

$$3(1) + a = b$$

$$3 + a = b \quad \text{--- (1)}$$

$$b = (1)^2 = 1$$

$$\text{--- (2)}$$

$$3 + a = 1$$

$$a = -2$$

السؤال الثاني

10

(a) ادرس تغير الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x$ وارسم بيانتها

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = 1, x = -1$$

$$f(1) = 1 - 3 = -2 \quad (1, -2) \quad \text{عمق}$$

$$f(-1) = -1 + 3 = 2 \quad (-1, 2) \quad \text{عمق}$$

	$-\infty$	-1	1	∞
فترات f'	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة f'	+	-	+	
سلوك	\rightarrow	\searrow	\rightarrow	

تزايدية على $(-\infty, -1)$ ، $(1, \infty)$

تناقصية على $(-1, 1)$

النقطة $(1, -2)$ هي نقطة عمق ، النقطة $(-1, 2)$ هي نقطة عمق

$$f''(x) = 6x \rightarrow 6x = 0 \quad x = 0 \quad f(0) = 0$$

	$-\infty$	0	∞
فترات f''	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة f''	-	+	
نقطة	\cap	\cup	

تقع في $(-\infty, 0)$

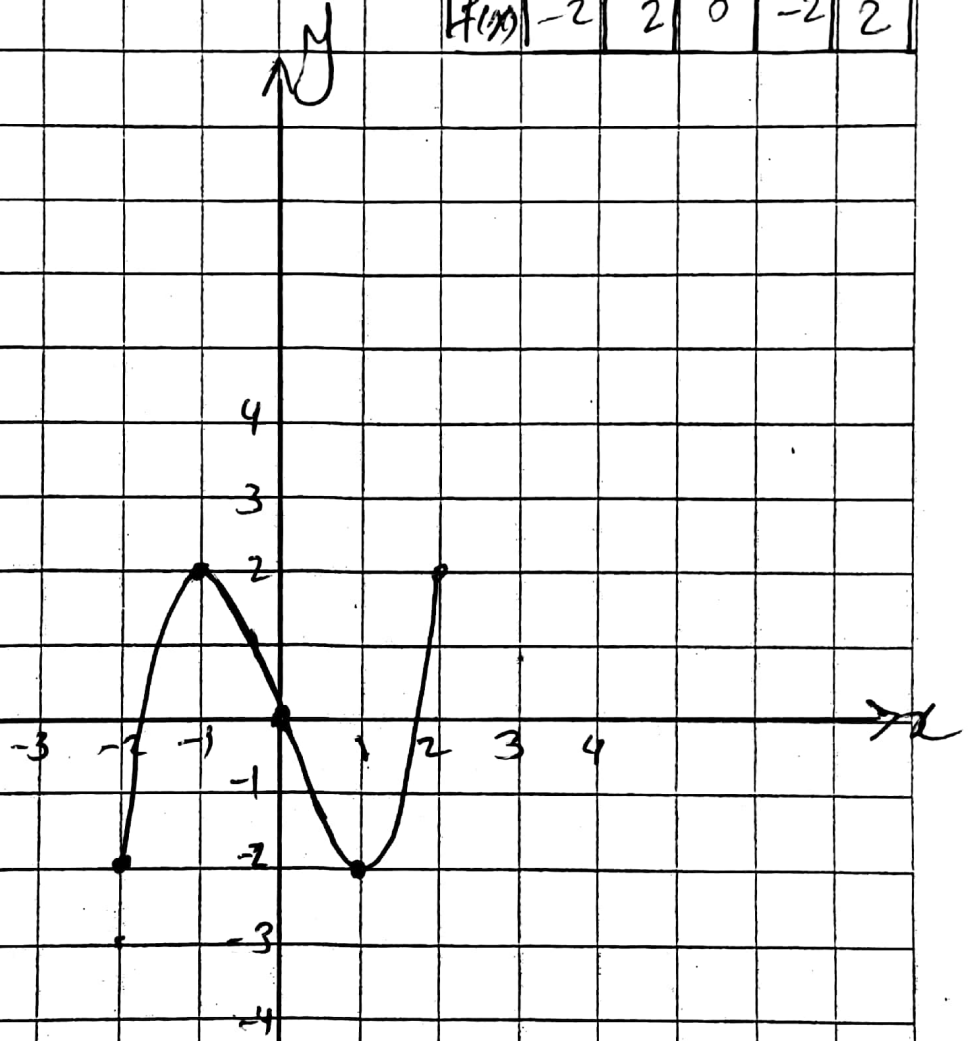
في $(0, \infty)$

النقطة $(0, 0)$ انعطاف

ورقة الرسم البياني

جدول مرجع

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	2	0	-2	2



(16)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الثالث :

10

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2}$:

(5 درجات)

عند النقطة $A(1, 2)$

$$f'(x) = \frac{(x^2-2) \cdot 5 - (5x-7) \cdot 2x}{(x^2-2)^2}$$

$$= \frac{5x^2 - 10 - 10x^2 + 14x}{(x^2-2)^2}$$

$$= \frac{-5x^2 + 14x - 10}{(x^2-2)^2}$$

$$f'(1) = \frac{-5 + 14 - 10}{(-1)^2} = -1$$

معادلة المماس : $y - 2 = -1(x - 1)$

$$y - 2 = -x + 1$$

$$y = -x + 3$$

تابع السؤال الثالث :

(b) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi (-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة إرتفاعها h

أوجد الإرتفاع h (cm) للحصول على أكبر حجم للأسطوانة

(5 درجات)

ثم أوجد هذا الحجم .

$$V'(h) = -6\pi h^2 + 72\pi$$

$$V'(h) = 0$$

$$-6\pi h^2 + 72\pi = 0$$

$$h = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

الحل المقبول

	$-\infty$	$2\sqrt{3}$	∞
العلامة	-	+	-
السلوك	↘	↗	↘

$$h = 2\sqrt{3}$$

الحل المقبول

$$V(2\sqrt{3}) = 2\pi (-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3})) = 522.37 \text{ cm}^3$$

السؤال الرابع

10

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , x \leq 1 \\ 3x-2 & , x > 1 \end{cases} : g \text{ لتكن الدالة (a)}$$

(5 درجات)

أوجد إن أمكن $g'(1)$.

∴ الدالة متصلة عند $x=1$

$$g(1) = 1$$

$$g'(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)}{x-1} = 3$$

$$g'(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2)^2 - 1}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2-1)(x-2+1)}{(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-3) = -2$$

$$g'(1) \neq g'(1)$$

غير موجودة $g'(1)$

تابع السؤال الرابع :

(b) أوجد :

(5 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\sin^2 x (1 + \cos x)} = \frac{\cancel{\sin^2 x}}{\cancel{\sin^2 x} (1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$= \frac{1}{1 + \cos x}$$

ملاحظة

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) = 1 + 1 = 2 \neq 0$$

$$= \frac{1}{2}$$

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\times \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{(3-x)^9} = -\infty \quad (1)$$

$$\checkmark \quad (2) \quad \text{إذا كانت } f(x) = \sin 2x \text{ فإن } f'(x) = 2 \cos 2x$$

$$(3) \quad \text{إذا كانت } f \text{ دالة متصلة عند } x=c \text{ فإن الدالة } g(x) = \sqrt{f(x)} \text{ متصلة عند } x=c$$

ثانيا : في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم
ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2 - x + 3}} =$$

(a) -1

(b) $\frac{-1}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$

~~(d) 1~~

$$(5) \quad \text{لتكن الدالتين } f(x) = x^2 + 3 \text{ , } g(x) = 5x + 1$$

$$f'(x) = 2x$$

$$g'(x) = 5$$

فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $5x^2 + 16$

(b) $25x^2 + 10x + 4$

~~(c) 10x~~

(d) $50x + 10$

(21) إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2014 م
المجال الدراسي / الرياضيات

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2, 3]$ هي $f(x) =$

(a) $\sqrt[3]{x}$

(b) $\tan x$

(c) $\sqrt{9-x^2}$

(d) $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ يساوي

(a) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1+6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت $\frac{dy}{dx} = 0$ فإن $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$

(a) $\frac{y-x}{3y-x}$

(b) $\frac{y+x}{3y-x}$

(c) $\frac{x-y}{3y-x}$

(d) $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

(a) $f''(c) = 0$

(b) $f'(c) = 0$

(c) $f(c) = 0$

(d) غير موجودة $f''(c)$